

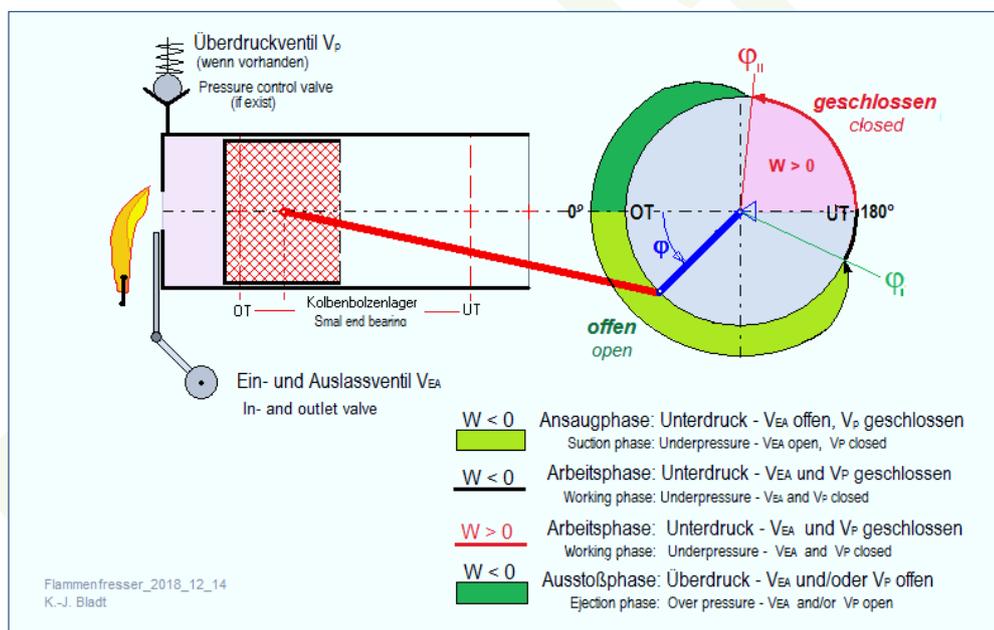
Versuch einer einfachen Berechnung eines Heißluftmotors vom Typ 'Flammenfresser'

An attempt of a simple calculation of a hot air engine of the type 'Flame-Licker'

Klaus-Jürgen Bladt
Rostock, 2019_05_21

4. vollständig überarbeitete Ausgabe

4th completely revised edition



Die Dokumentation wurde mit bestem Wissen und Gewissen erarbeitet. Trotz sorgfältiger inhaltlicher Kontrolle erhebt die Dokumentation keinen Anspruch auf Vollständigkeit und Richtigkeit. Unbeabsichtigte Fehler können auftreten. Hinweise auf inhaltliche Verbesserungen sind erwünscht.

Für die Vervielfältigung des Dokumentes und die Übernahme von Auszügen ist die Zustimmung des Autors erforderlich.
Für den Inhalt verlinkter Seiten sind ausschließlich deren Betreiber verantwortlich.

The paper was prepared to best of one's knowledge. The paper makes no claim to be complete and correct in spite of the careful control. References for improvements with regard to the content are welcome.

The Duplication of the document and the taking over of abridges require the approval of the author.
The linked WEB-Site operators are responsible for contents of their own sites.

permanently in progress

Versuch einer einfachen Berechnung eines Heißluftmotors vom Typ 'Flammenfresser'

An attempt of a simple calculation of a hot air engine of the type 'Flame-Licker'

Inhaltsverzeichnis	table of contents
1. Allgemeine Bemerkungen	General remarks
2. Symbole und Erklärungen	Symbols and explanations
3. Problem und Zielsetzung	problems and objectives
4. Prinzip, Arbeitsweise und Kinematik des Flammenfressers	Principle, operation and kinematics of the flame eater
5. Eigenschaften und Einordnung des thermodynamischen System	Classification of the thermodynamic system
6. Allgemeine Ausgangsgleichungen	General equations
7.	
8. Zusammenführen der einzelnen Komponenten der Wärmebilanz zu Differenzialgleichungen	Combining the individual components of the heat balance to form differential equations
9. Zusammenhang von Winkel und Zeit	Relationship between angle and time
10. Gleichungen, die die Voraussetzungen einen Lösungsalgorithmus bilden	Equations which form the preconditions of a solution algorithm
11. Hinweise zum Aufbau eines Lösungsalgorithmus	Notes on the structure of a solution algorithm
12. Weitere Gleichungen zur Auswertung der Ergebnisse	Further equations for the evaluation of the results
13. Literatur	Sources
14. Beispiel und kurze Auswertung	An example and a short evaluation
15. Anlage 1: Leistungsausbeute für Schließwinkel $\varphi_1 < OT = 180^\circ$	Attachement 1: Leistungsausbeute für Schließwinkel $\varphi_1 < OT = 180^\circ$
16. Anlage 2: Konstanten für die Wärmeübertragung [-2]	Attachement 2: Constants for heat transfer
17. Anlage 3: Wärmeaustausch infolge Luftaustausch durch die Ventilbohrung	Attechement 3: Heat exchange due to air exchange through the valve bore
18. Anlage 4: Erläuterung zur numerische Differentiation	Attetchment 4: Explanation of numerical differentiation
	Attachement 3

1. Allgemeine Bemerkungen	01.000
General remarks	01.002
	01.003
- Der Flammenfresser ist eine interessante Variante der Heißluftmotoren. Die prinzipielle Arbeitsweise des Motors ist bekannt, kann in den folgenden Bildern nachvollzogen oder auch dem Internet entnommen werden. <i>The flame eater is an interesting variant of the hot air engines. The principle of operation of the engine is known, can be reproduced in the following pictures or taken from the Internet.</i>	01.004
- Der Flammenfresser ist ein komplexes System, welches abhängig ist von miteinander verknüpften thermodynamischen, geometrischen, stofflichen und dynamischen Bedingungen. Für die Berechnung werden deshalb Vereinfachungen, Vorgaben, Kompromisse und Näherungen verwendet, um eine Lösung mit einfachen Mitteln zu erreichen. Dieser oder jener wird damit nicht einverstanden sein, aber anders erwächst hier ein für mich unlösbares Problem. <i>The Flame Eater is a complex system that depends on interacting thermodynamic, geometric, material and dynamic conditions. For computation, therefore, simplifications, constraints, compromises, and approximations are used to arrive at a solution with simple means. This or that will not agree. But differently arises here for me an insoluble problem.</i>	01.005
- Die Berechnung hat qualitativen Charakter und dient der Ermittlung von Tendenzen und von Einflüssen wesentlicher Parameter. <i>The calculation has a qualitative character and is used to determine tendencies and influences of essential parameters</i>	01.006
- Die Berechnung basiert auf einfachen, physikalischen, in der Ingenieurtechnik gebräuchlichen Gleichungen. <i>The calculation bases upon simple, in the technical engineering used equations.</i>	01.007
- Alle Betrachtungen sind quasistationär. <i>All considerations are quasi-stationary.</i>	01.008
- Eine geschlossene Lösung scheint nicht möglich, da der Prozess durch Öffnen und Schließen des Ventils und die beiden Totpunkte in drei (3) Phasen zerfällt. <i>A complete connected solution seems impossible, because the process is split in three (3) Phases due to the closing and opening of the valve and the two dead points.</i>	01.009
- Die physikalisch-mathematische Modellierung der Vorgänge im Motor führt für jede der drei Phasen zu einer Differentialgleichung, die nicht in jedem Fall exakt lösbar ist. Die Genauigkeit der Lösungen der Gleichungen hängt von der Güte des Näherungsverfahrens ab. In den folgenden Ausführungen werden genauere Näherungsgleichungen verwendet als in meinen vorangegangenen, früheren Ausführungen zu diesem Thema. <i>The physical-mathematical modelling of the processes in the engine leads to a differential equation for each of the three phases, which cannot be solved exactly in every case. The accuracy of the equation solutions depends on the quality of the approximation method. In the following explanations more exact approximation equations are used than in my previous, earlier explanations on this subject.</i>	01.010
- Es handelt sich um ein sich selbst regelndes System, insbesondere hinsichtlich der sich einstellenden Motordrehzahl und des Temperaturniveaus. <i>It is a question of a self-regulating system, particularly in relation to the motor speed and the temperature level.</i>	01.011
- Lösungen sind nur möglich bei Verwendung einer <u>sinnvollen</u> Kombination der Vorgabeparameter. <i>Solutions are possible only by use of an expedient combination of the preset parameters.</i>	01.012

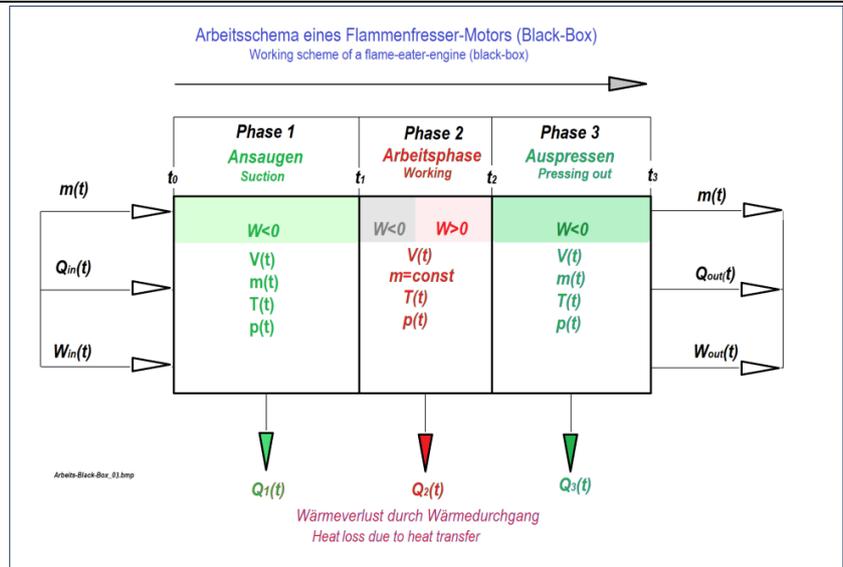
- Um umständliche, verbale Beschreibungen zu vermeiden, werden die Gleichungen schrittweise nachvollziehbar entwickelt. <i>To avoid cumbersome, verbal descriptions, the equations are developed comprehensible step by step.</i>	01.013
- Die nachfolgenden Ausführungen sind das Ergebnis einer Überarbeitung vorangegangener Versionen. <i>The following reviews are the result of a revision of previous versions.</i>	01.014
- Konstruktive, zielführende und der Sache dienende Hinweise zur Verbesserung der Berechnung werden <u>gern</u> entgegengenommen. <i>Constructive, on the aim directed and the mission serving references are accepted willingly.</i>	01.015
- Verbale Erläuterungen zur Berechnung erfolgen nur dort, wo sie unbedingt erforderlich sind. Das schrittweise, nachvollziehbare, ausführliche Vorgehen bei der Entwicklung einzelner Gleichungen, Formeln ist gewollt, für manchen sicher etwas zu ausführlich. Zum besseren Verständnis wiederholen sich einige Passagen. Da für die unabhängige Variable φ der Zusammenhang $\varphi = \omega \cdot t$ besteht, wird je nach Erforderlichkeit φ oder t in der Berechnung verwendet. <i>Verbal explanations of the calculation should only be made where absolutely necessary. The stepwise, comprehensible, detailed procedure in the development of individual equations, formulas is intended, for some certainly too detailed. For a better understanding some passages are repeated. Since the relationship $\varphi = \omega \cdot t$ exists for the independent variable φ, therefore φ or t is used in the calculation as required.</i>	01.016
- Ich möchte mich an dieser Stelle bei Francois-Marie Meunier bedanken. Seine Anregungen und Hinweise haben mich dazu gebracht, die Thematik noch einmal zu überdenken und das Ergebnis auf meiner WEB-Seite (https://www.jbladt.de/) auch anderen zugänglich zu machen. <i>Here I would like to thank Francois-Marie Meunier. His suggestions and hints have led me, to rethink the subject matter and to make the result accessible to others on my WEB-site (https://www.jbladt.de/).</i>	01.017

2. Symbole und Erklärungen Symbols and explanations				02.000
Drehzahl	n_D	1/min	Speed	02.001
Winkelgeschwindigkeit	$\omega = \pi \cdot n_D / 30$	1/s	Angular velocity	02.002
Zeit	t	s	Time	02.003
Differentieller Zeitschritt	$dt, \Delta t$	s	Differential time step	02.004
Kurbelwinkel	$\varphi = \omega \cdot t$	rad	Crank angle	02.005
Differentieller Winkelschritt	$d\varphi, \Delta\varphi$	rad	Differential angle step	02.006
Bohrungsdurchmesser / Ventilöffnung	d	m	Bore diameter / valve opening	02.007
Kurbelradius	r	m	Crank radius	02.008
Pleuelstangenlänge	l	m	Connecting rod	02.009
Zylinderdurchmesser / innen (Kolben)	$D_i = D$	m	Cylinder diameter / inside (piston)	02.010
Zylinderdurchmesser / außen	D_a	m	Cylinder diameter / outside (piston)	02.011
Mittlerer Zylindermanteldurchmesser	$D_m = \frac{D_a + D_i}{2}$	m	Mean cylinder jacket diameter	02.012
Weg, Position des Kolbens	$x(t)$	m	Position of Piston	02.013
Differentielle Wegänderung	$dx, \Delta x(t)$	m	Differential path change	02.014
Pleuelstangenverhältnis	$\lambda = r/l$	—	Connecting rod relation	02.015
Kolbenweg / Hub	$h = 2 \cdot r$	m	Piston travel, stroke	02.016
Totraumlänge im Zylinder	x_0	m	dead-space length of cylinder	02.017
Zylinderquerschnitts- / Kolbenfläche	$A_{cyl} = \pi \cdot D^2 / 4$	m^2	Piston area	02.018
Zylindervolumen	$V(t) = A_{cyl} \cdot x(t)$	m^3	Cylinder volume	02.019
Wärmeabführende Zylindermantelfläche	$O_F(t)$	m^2	Heat dissipating cylinder surface	02.020
Anteil der Kolbenfläche bei der Wärmeabfuhr	$0 \leq u_p \leq 1$	—	Proportion of piston area during heat dissipation	02.021
				02.022
Druck im Zylinder	$p(t)$	$kg/(s^2 \cdot m)$	Pressure in the cylinder	02.023
Druck außerhalb des Zylinders	$p_{atm} = p_{ext} = const$	$kg/(s^2 \cdot m)$	Pressure outside / extern of the cylinder	02.024
Temperatur im Zylinder	$T(t)$	K	Temperature in the cylinder	02.025
Umgebungstemperatur	$T_{atm} = T_{ext} = const$	K	environment temperatur	02.026
Temperatur außerhalb des Zylinder	$T_{cyl} = const$	K	Temperature outside of the cylinder	02.027
Temperatur der heißen, angesaugten Luft aus der Flamme	$T_F = const$	K	Temperature of the hot, sucked air out of the flame	02.028
Masse der Luft im Zylinder	$m(t)$	kg	Mass of air in the cylinder	02.029
Massestrom	$\dot{m}(t)$	kg/s	Mass flow	02.030
Enthalpie	$H(t)$	$kg \cdot m^2 / s^2$	Enthalpy	02.031
Wärmemenge im Zylinder	$Q(t)$	$kg \cdot m^2 / s^2$	Heat quantity in the cylinder	02.032
Arbeit	$W(t)$	$kg \cdot m^2 / s^2$	Work	02.033
Leistung	$P(t)$	$kg \cdot m^2 / s^3$	Power	02.033
Wirkungsgrad	η	-	efficiency	02.034

Spezifische Wärmekapazität der Luft	c_p ($p = const$)	$m^2/(s^2 \cdot K)$	Specific heat capacity of air	02.035
Spezifische Wärmekapazität der Luft	c_V ($V = const$)	$m^2/(s^2 \cdot K)$	Specific heat capacity of air	02.036
Spezifische Gaskonstante der Luft	$R_S = c_p - c_V$	$m^2/(s^2 \cdot K)$	Specific gas constant of air	02.037
Wärmeübergangszahl	k	$kg/(s^3 \cdot K)$	Heat transfer coefficient	02.038
				02.039
Widerstandsbeiwert beim Ansaugen der Luft in den Zylinder durch eine Bohrung/Ventil	$\zeta_{in} = \zeta = const$	—	Drag coefficient during suction the air into the cylinder through a hole/ valve	02.040
Widerstandsbeiwert beim Herauspressen der Luft aus dem Zylinder durch eine Bohrung/Ventil	$\zeta_{out} = \zeta = const$	—	Drag coefficient when pressing the air out of the cylinder through a hole / valve	02.041
Laufindex für von t bzw. φ abhängigen Größen beim Differenzenschrittverfahren	$i, 0 \leq i \leq i_{2\pi}$	—	Running index for variables dependent on t or φ in the differential step method	02.042
Anzahl der Schritte eines Iterationsprozesses für einen Zyklus [$2 \cdot \pi$] (ganzzahlig)	$i_{2\pi}$	—	Number of steps in an iteration process for one cycle [$2 \cdot \pi$] (integer)	02.043
Winkel-Schrittweite beim Differenzenverfahren	$\Delta\varphi = \frac{2 \cdot \pi}{i_{2\pi}}$	rad	angle increment in the difference method	02.044
Nicht aufgeführte Formelzeichen sind in den nachfolgenden Ausführungen erklärt. <i>Formula symbols not listed are explained in the following explanations.</i>				02.045
				02.046

3. Problem und Zielsetzung <i>problems and objectives</i>				03.000
Was wollen wir wissen zur Einschätzung des Motors? <i>What do we want to know for the assessment of the engine?</i>	Druck der Luft im Zylinder Temperatur der Luft im Zylinder Masse der Luft im Zylinder Wärmemenge der Luft im Zylinder Arbeit für einen Arbeitszyklus Mittlere Leistung für einen Arbeitszyklus	pressure of air in the cylinder Temperature in the cylinder mass of air in the cylinder heat quantity of air in the cylinder work of working cycle mean power for a working cycle:	$p(t)$ $T(t)$ $m(t)$ $Q(t)$ W P	03.001
Was brauchen wir für die Ermittlung dieser Größen? <i>What do we need to determine these sizes?</i>	Beschreibung des Arbeitsprinzips Beschreibung der Geometrie Kinematische Zusammenhänge Materialkenngrößen Thermodynamische Zusammenhänge	Description of the operating principle Description of the geometry Kinematic connections material parameters Thermodynamic interrelations		03.002

4. Prinzip, Arbeitsweise und Kinematik des Flammenfressers <i>Principle, operation and kinematics of the flame eater</i>				04.000
4.1 Systembeschreibung <i>Description of the system</i>	<p>Flammenfresser - qualitative Darstellung des Funktionsprinzips Flame-Licker - qualitative representation of the principle of operation</p> <p>Überdruckventil V_p (wenn vorhanden) Pressure control valve (if exist)</p> <p>OT — Kolbenbolzenlager — UT Small end bearing</p> <p>Ein- und Auslassventil V_{EA} In- and outlet valve</p> <p>$W < 0$ Ansaugphase: Unterdruck - V_{EA} offen, V_p geschlossen Suction phase: Underpressure - V_{EA} open, V_p closed</p> <p>$W < 0$ Arbeitsphase: Unterdruck - V_{EA} und V_p geschlossen Working phase: Underpressure - V_{EA} and V_p closed</p> <p>$W > 0$ Arbeitsphase: Unterdruck - V_{EA} und V_p geschlossen Working phase: Underpressure - V_{EA} and V_p closed</p> <p>$W < 0$ Ausstoßphase: Überdruck - V_{EA} und/oder V_p offen Ejection phase: Over pressure - V_{EA} and/or V_p open</p>			04.001
				04.002



4.2 Ablauf eines Arbeitszyklus
Procedure of a work cycle

04.003

Phase I	$0^\circ \leq \varphi \leq \varphi_I \leq \pi$ $0 \leq t \leq t_I \leq \frac{\pi}{\omega}$	<u>Geöffnetes Ventil</u> : Ansaugen der heißen Luft Suction of hot air into the cylinder through the opened valve	$\Delta p \leq 0 \rightarrow W \leq 0$	04.004
Phase II	$\varphi_I \leq \varphi \leq \varphi_{II} < 2 \cdot \pi$ $t_I \leq t \leq t_{II} < \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$	<u>Geschlossenes Ventil</u> : Abkühlung der Luft Cooling of the air when the valve is closed	$\Delta p(\varphi \leq \pi) \leq 0 \rightarrow W \leq 0$ $\Delta p(\varphi > \pi) \leq 0 \rightarrow W \geq 0$	04.005 04.006
Phase III	$t_{II} \leq t \leq 2 \cdot \frac{\pi}{\omega}$ $\varphi_{II} \leq \varphi \leq 2 \cdot \pi$	<u>Geöffnetes Ventil</u> : Herausdrücken der abgekühlten Luft Extruding of the cooled air through the opened valve	$\Delta p \geq 0 \rightarrow W \leq 0$	04.007
Allgemeine Wärmebilanz General heat balance				
		Gesamte Wärmemenge = (zugeführte - abgeführte) Wärmemenge Total heat quantity = (supplied - dissipated) heat quantity		
Grundsätzliche Vorgehensweise bei der thermischen Bilanzrechnung für die drei (3) Phasen eines Arbeitszyklus Basic procedure for the thermal balance calculation for the three (3) phases of a working cycle				
Phase I geöffnetes Ventil opened valve	Änderung der Wärmemenge im Zylinder: - Wärmezufuhr durch Ansaugen der Luft (Unterdruck) - Wärmeabfuhr infolge Wärmedurchgang durch die Zylinderwand Change of heat quantity in the cylinder: - Heat supply by the sucking of the air (underpressure) - Heat dissipation due to heat transfer through the cylinder wall			04.011
Phase II geschlossenes Ventil closed valve	Änderung der Wärmemenge im Zylinder: - Wärmeabfuhr infolge Wärmedurchgang durch die Zylinderwand Change of heat quantity in the cylinder: - Heat dissipation due to heat transfer through the cylinder wall			04.012
Phase III geöffnetes Ventil opened valve	Änderung der Wärmemenge im Zylinder: - Wärmeabfuhr durch das Herauspressen der Luft (Überdruck) - Wärmeabfuhr infolge Wärmedurchgang durch die Zylinderwand Change of heat quantity in the cylinder: - Heat dissipation by pressing out the air (overpressure) - Heat dissipation due to heat transfer through the cylinder wall			04.013
Bemerkung Comment	Sicher kann man die Vorgänge nicht so strikt trennen. So mancher wird mit einem 'ABER' Widerspruch anmelden. Um ein einfaches und auch berechenbares, mathematisch-physikalisches Modell aufzustellen, ist diese Trennung / Aufteilung in einzelne Prozesse angebracht. Nachfolgend wird sich zeigen, dass eine Reihe weiterer Annahmen / Vereinfachungen zum Erreichen einer Lösung bis zum Arbeitsdiagramm notwendig sein wird. You certainly can not separate the processes so strictly. Some people will sign up with a 'BUT' contradiction. In order to set up a simple and calculable mathematical-physical model, this separation / division into individual processes is required. In the following, it will become apparent, that a number of other assumptions / simplifications will be needed to reach a solution up to the working diagram.			04.013

04.014
04.015

<p>4.3 Erwartetes Arbeitsdiagramm eines Flammenfressers (Druck, Temperatur)</p> <p><i>Expected working diagram of a flame eater (pressure, temperature)</i></p>		<p>04.016</p>
--	--	---------------

<p>5. Eigenschaften und Einordnung des thermodynamischen System <i>Classification of the thermodynamic system</i></p>		<p>05.000</p>						
<p>Phase I</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Starke Volumenänderung - Zufuhr von Masse verbunden mit Wärmeenergie durch das geöffnete Ventil - Zufuhr von mechanischer Arbeit W von der in den Schwungmassen gespeicherter Energie - Strong volume change - Supply of mechanical work W from the energy stored in the flywheel masses, - Heat dissipation due to heat transfer through the cylinder wall 	<p>05.001</p>						
<p>Phase II</p>	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="279 1019 430 1187"> <p>≤ 180°</p> </td> <td data-bbox="430 1019 1476 1187"> <ul style="list-style-type: none"> - Starke Volumenänderung - Zufuhr von mechanischer Arbeit W von der in den Schwungmassen gespeicherter Energie - Abfuhr von Wärme durch Wärmedurchgang durch die Zylinderwand - Strong volume change - Supply of mechanical work W from the energy stored in the flywheel masses - Heat dissipation due to heat transfer through the cylinder wall </td> <td data-bbox="1476 1019 1560 1187"> <p>05.002</p> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="279 1187 430 1355"> <p>> 180°</p> </td> <td data-bbox="430 1187 1476 1355"> <ul style="list-style-type: none"> - Starke Volumenänderung - Abgabe von mechanischer Arbeit W und Speicherung in den Schwungmassen - Abfuhr von Wärme durch Wärmedurchgang durch die Zylinderwand - Strong volume change - Mechanical work W and storage in the flywheel masses - Heat dissipation due to heat transfer through the cylinder wall </td> <td data-bbox="1476 1187 1560 1355"> <p>05.003</p> </td> </tr> </table>	<p>≤ 180°</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Starke Volumenänderung - Zufuhr von mechanischer Arbeit W von der in den Schwungmassen gespeicherter Energie - Abfuhr von Wärme durch Wärmedurchgang durch die Zylinderwand - Strong volume change - Supply of mechanical work W from the energy stored in the flywheel masses - Heat dissipation due to heat transfer through the cylinder wall 	<p>05.002</p>	<p>> 180°</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Starke Volumenänderung - Abgabe von mechanischer Arbeit W und Speicherung in den Schwungmassen - Abfuhr von Wärme durch Wärmedurchgang durch die Zylinderwand - Strong volume change - Mechanical work W and storage in the flywheel masses - Heat dissipation due to heat transfer through the cylinder wall 	<p>05.003</p>	
<p>≤ 180°</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Starke Volumenänderung - Zufuhr von mechanischer Arbeit W von der in den Schwungmassen gespeicherter Energie - Abfuhr von Wärme durch Wärmedurchgang durch die Zylinderwand - Strong volume change - Supply of mechanical work W from the energy stored in the flywheel masses - Heat dissipation due to heat transfer through the cylinder wall 	<p>05.002</p>						
<p>> 180°</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Starke Volumenänderung - Abgabe von mechanischer Arbeit W und Speicherung in den Schwungmassen - Abfuhr von Wärme durch Wärmedurchgang durch die Zylinderwand - Strong volume change - Mechanical work W and storage in the flywheel masses - Heat dissipation due to heat transfer through the cylinder wall 	<p>05.003</p>						
<p>Phase III</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Starke Volumenänderung - Abfuhr von Masse verbunden mit Wärmeenergie durch das geöffnete Ventil - Zufuhr von mechanischer Arbeit W von der in den Schwungmassen gespeicherter Energie - Strong volume change - Supply of mechanical work W from the energy stored in the flywheel masses - Heat dissipation due to heat transfer through the cylinder wall 	<p>05.004</p>						
<p>Insgesamt betrachtet, handelt es sich um ein <u>offenes dynamisches System</u>, welches ständig im Energieaustausch mit der Umgebung ist. Eine Zuordnung einer thermodynamischen Zustandsänderungen wie isotherm, isobar, isochor, adiabatisch ist nicht möglich. Die Berechnung muss auf der Grundlage einer für diesen Motor spezifischen Energiebilanz (Enthalpiebilanz) erfolgen.</p> <p><i>Overall, it is an open dynamic system which is permanently exchanging energy with the environment. It is not possible to assign a thermodynamic state changes such as isothermally, isobarically, isochoically or adiabatically. The calculation must be based on an energy balance (enthalpy balance) specific to this engine.</i></p>		<p>05.005</p>						
		<p>05.006</p>						

<p>6. Allgemeine Ausgangsgleichungen <i>General equations</i></p>		<p>06.000</p>
		<p>06.001</p>
<p>6.1 Zusammenhang von Winkel und Zeit <i>Relationship between angle and time</i></p>	$\varphi = \omega \cdot t, \quad t = \frac{\varphi}{\omega}, \quad 0 \leq \varphi \leq 2 \cdot \pi, \quad 0 \leq t \leq \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$	<p>06.002</p>
<p><i>Diskrete Betrachtung</i> <i>Discreet consideration</i></p>	$\varphi_i = \omega \cdot t_i, \quad t_i = \frac{\varphi_i}{\omega}, \quad 0 \leq \varphi_i \leq 2 \cdot \pi, \quad 0 \leq t_i \leq \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$	<p>06.003</p>
<p><i>Anzahl aller Schritte</i> <i>Number of all steps</i></p>	<p><i>gewählt für spätere Berechnungen / selected for later calculations:</i></p> $n = i_{2\pi} \quad i_{2\pi} = 720 \sim \Delta\varphi = \frac{2\pi}{720} \hat{=} \frac{1^\circ}{2} = 8,7266 \cdot 10^{-3} \text{ rad}, \quad \Delta t = \frac{2\pi}{720 \cdot \omega}$	<p>06.004</p>

6.2 Thermodynamische Gleichungen / General thermodynamic equations		06.005
Gasgesetz für ideale Gase <i>Gas law for ideal gases</i>	$m(t) = \frac{p(t) \cdot V(t)}{R_S \cdot T(t)}$ mit $R_S = c_p - c_v$	06.006
Innere Energie im System (Zylinder) <i>Internal energy in the system (cylinder)</i>	$U(t) = c_v \cdot m(t) \cdot T(t)$	06.007
Enthalpie des Systems <i>Enthalpy of the system</i>	$H(t) = \underbrace{U(t)}_{c_v \cdot m(t) \cdot T(t)} + \underbrace{\frac{p(t) \cdot V(t)}{R_S \cdot m(t) \cdot T(t)}}_{\frac{c_p - c_v}{c_p - c_v}} = c_v \cdot m(t) \cdot T(t) + (c_p - c_v) \cdot m(t) \cdot T(t)$	06.008
	$H(t) = c_p \cdot m(t) \cdot T(t) = Q(t)$	06.009
Änderung der Enthalpie <i>Change of enthalpy</i>	$\dot{H}(t) = c_p \cdot \frac{d}{dt} [m(t) \cdot T(t)] = \dot{Q}(t)$	06.010
Wärmezufuhr / -abfuhr durch den Massestrom der Luft <i>Heat supply/dissipation due to the mass flow of air</i>	$\dot{Q}_{\dot{m}}(t) = c_p \cdot \dot{m}^*(t) \cdot T^*(t)$	06.011
Wärmabfuhr durch Wärmedurchgang <i>Heat transfer out of the cylinder</i>	$\dot{Q}_k(t) = k \cdot O_F(t) \cdot (T(t) - T_{ext})$	06.012
Allgemeine Bilanz <i>General Balance</i>	$\dot{H}(t) = \dot{Q}(t) = \dot{Q}_{\dot{m}}(t) - \dot{Q}_k(t)$ $\dot{Q}(t) = c_p \cdot \frac{d}{dt} [m(t) \cdot T(t)] = c_p \cdot \dot{m}^*(t) \cdot T^*(t) - k \cdot O_F(t) \cdot (T(t) - T_{ext})$ $\dot{m}^*(t)$ und $T^*(t)$ sind für die jeweilige Phase zu spezifizieren <i>$\dot{m}^*(t)$ and $T^*(t)$ are to be specified for each phase</i>	06.013
		06.013
<small>Enthalpie und Volumenstrom S. 244 f.f. / 10,4 Anlagenbilanzierung in der Energietechnik Grundlagen, Gleichungen und Modelle für die Ingenieurpraxis Autoren: Rönsch, Stefan, Springer 2015</small>	<small>https://www.zhoefner.de/maschinenbau/thermodynamik-waermelehre/thermodynamische-prozesse-in-offenen-systemen/enthalpie/557-herleitung-der-enthalpie-von-ideal-gasen.html https://books.google.de/books?id=qW3d8gAACBAIAQ&pg=PA244&dq=W%C3%A4rmetapazit%C3%A4t+eines+Gas+Volumenstromes+cp+sou+ce+bl&ots=N297F565X7&sig=ACU3U1UjgemZw5pUcYk79_hWw61fpmg&hl=de&sa=X&ved=2ahUKewj_hszGlgfIAW5MewkHRqaCEQ</small>	06.014 intern
6.3 Geometrische und kinematische Gleichungen / geometric and kinematic equations		06.015
Zylinderquerschnitts- / Kolbenfläche <i>Cylinder cross-section / piston surface</i>	$A_{cyl} = \pi \cdot D_i^2 / 4$	06.016
Wärmeabführende Zylindermantelflächen <i>Heat-dissipating cylinder surfaces</i>	$O_F(t) \approx \pi \cdot D_m \cdot x(t) + A_{cyl}$	06.017
Zusammenhang von Winkel und Zeit <i>Connection of time and angle</i>	$\varphi = \omega \cdot t$	06.018
Zusammenhang von Weg, Zeit und Winkel <i>Connection of piston travel, time and angle</i>	$x(\omega \cdot t) = x(\varphi)$	06.019
Kolbenweg einschließlich Totraum <i>Piston travel incl. dead-space length</i>	$x(t) = r \cdot \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) - \cos(\omega \cdot t) - \frac{\lambda}{4} \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) \right) [m]$ mit $\delta = 1 + \frac{x_0}{r}$ $x(\varphi) = r \cdot \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) - \cos(\varphi) + \frac{\lambda}{4} \cdot \cos(2 \cdot \varphi) \right)$	06.020
Totraumlänge <i>Dead-space length</i>	$x_0 = const, \delta = \frac{x_0}{r} + 1$	06.021
Kurbelwinkel <i>Crank angle</i>	$\varphi = \omega \cdot t$	06.022
Kolbengeschwindigkeit <i>Velocity of piston</i>	$\dot{x}(t) = r \cdot \omega \cdot \left(\sin(\omega \cdot t) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \right) \left[\frac{m}{s} \right]$ $\dot{x}(\varphi) = r \cdot \omega \cdot \left(\sin(\varphi) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2 \cdot \varphi) \right)$	06.023
Zylindervolumen <i>Volume of the cylinder</i>	$V(t) = \pi \cdot \frac{D_i^2}{4} \cdot x(t) = \pi \cdot \frac{D_i^2}{4} \cdot r \cdot \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) - \cos(\omega \cdot t) - \frac{\lambda}{4} \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) \right)$ $V(\varphi) = \pi \cdot \frac{D_i^2}{4} \cdot x(\varphi) = \pi \cdot \frac{D_i^2}{4} \cdot r \cdot \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) - \cos(\varphi) - \frac{\lambda}{4} \cdot \cos(2 \cdot \varphi) \right)$	06.024
Zeitliche Volumenänderung <i>Temporal volume change</i>	$\dot{V}(t) = \pi \cdot \frac{D_i^2}{4} \cdot \dot{x}(t) = \pi \cdot \frac{D_i^2}{4} \cdot r \cdot \omega \cdot \left(\sin(\omega \cdot t) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \right)$ $\dot{V}(\varphi) = \pi \cdot \frac{D_i^2}{4} \cdot \dot{x}(\varphi) = \pi \cdot \frac{D_i^2}{4} \cdot r \cdot \omega \cdot \left(\sin(\varphi) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2 \cdot \varphi) \right)$	06.025
Zylinderfläche für Wärmeübergang <i>Cylinder surface of heat transfer</i>	$O_F(t) \approx \pi \cdot D_m \cdot x(t) = \pi \cdot D_m \cdot r \cdot \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) - \cos(\omega \cdot t) - \frac{\lambda}{4} \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) \right) + u_p \cdot A_{cyl} [m^2]$ $O_F(\varphi) \approx \pi \cdot D_m \cdot x(\varphi) = \pi \cdot D_m \cdot r \cdot \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) - \cos(\varphi) - \frac{\lambda}{4} \cdot \cos(2 \cdot \varphi) \right) + u_p \cdot A_{cyl}$	06.026
$\varphi = \omega \cdot t \rightarrow t = \frac{\varphi}{\omega}$	$\int O_F(t) dt = \pi \cdot D_m \cdot \int x(t) dt = \frac{\pi \cdot D_m \cdot r}{\omega} \cdot \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) \cdot t - \sin(\omega \cdot t) - \frac{\lambda}{8} \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \right) + u_p \cdot A_{cyl} \cdot t + C_{n1}$ $\int O_F(\varphi) \cdot \frac{d\varphi}{\omega} = \frac{\pi \cdot D_m}{\omega} \cdot \int x(\varphi) d\varphi = \frac{\pi \cdot D_m \cdot r}{\omega} \cdot \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) \cdot \varphi - \sin(\varphi) - \frac{\lambda}{8} \cdot \sin(2 \cdot \varphi) \right) + u_p \cdot \frac{A_{cyl}}{\omega} \cdot \varphi + C_{n1}$	06.027
		06.028
		06.029

<p>6.4 Druck und Widerstandsbeiwerte beim Ansaugen(Phase I) und Auspressen (Phase III) der Luft Pressure and resistance coefficients during suction (phase I) and extrusion (phase III) of the air Allgemein: $p(t) - p_{ext} = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \bar{w}^2$, $\rho = \frac{p}{R_s \cdot T}$ *)</p>		
<p>Druck im Zylinder beim Ansaugen der Luft Pressure in the cylinder during the air suctioning</p>	$p(t) - p_{ext} = -\frac{\zeta}{2} \cdot \frac{p(t)}{R_s \cdot T_F} \cdot \left(\frac{\dot{V}(t)}{A_C}\right)^2$ $p_{ext} = p(t) \cdot \left\{1 + \frac{\zeta}{2 \cdot R_s \cdot T_F} \cdot \left(\frac{\dot{V}(t)}{A_C}\right)^2\right\}$ $p(t) = \frac{p_{ext}}{1 + \frac{\zeta}{2 \cdot R_s \cdot T_F} \cdot \dot{x}^2(t)} \leq p_{ext}$ $p(t) = \frac{T_F \cdot p_{ext}}{T_F + \frac{\zeta}{2 \cdot R_s} \cdot \dot{x}^2(t)} \leq p_{ext}$	
<p>Widerstandsbeiwert ¹⁾ Coefficient of drag</p>	$\zeta = 0,005940 \cdot \left[\left(\frac{d}{d_e}\right)^2\right]^4 - 0,113164 \cdot \left[\left(\frac{d}{d_e}\right)^2\right]^3 + 3,434483 \cdot \left[\left(\frac{d}{d_e}\right)^2\right]^2 - 4,6503938 \cdot \left(\frac{d}{d_e}\right)^2 + 1,823135$ *)	06.030
		06.032
<p>Druck im Zylinder beim Herauspressen der Luft Pressure in the cylinder during the output of the air</p>	$p(t) - p_{ext} = +\frac{\zeta}{2} \cdot \frac{p(t)}{R_s \cdot T(t)} \cdot \left[\frac{\dot{V}(t)}{A_C}\right]^2$ $p_{ext} = p(t) \cdot \left\{1 - \frac{\zeta}{2 \cdot R_s \cdot T(t)} \cdot \left[\frac{\dot{V}(t)}{A_C}\right]^2\right\}$ $p(t) = \frac{p_{ext}}{1 - \frac{\zeta}{2 \cdot R_s \cdot T(t)} \cdot \dot{x}^2(t)} \geq p_{ext}$ $p(t) = \frac{T(t) \cdot p_{ext}}{T(t) - \frac{\zeta}{2 \cdot R_s} \cdot \dot{x}^2(t)} \geq p_{ext}$	
<p>Widerstandsbeiwert ¹⁾ Coefficient of drag</p>	$\zeta = 0,005940 \cdot \left[\left(\frac{d}{d_e}\right)^2\right]^4 - 0,113164 \cdot \left[\left(\frac{d}{d_e}\right)^2\right]^3 + 3,434483 \cdot \left[\left(\frac{d}{d_e}\right)^2\right]^2 - 4,6503938 \cdot \left(\frac{d}{d_e}\right)^2 + 1,823135$ *)	06.034
<p>Info</p>	<p>¹⁾ Dieser einfache Ansatz wurde gewählt, weil er sich gut eignet für die weitere Bearbeitung der Thematik. Er wird vorzugsweise für inkompressible Medien aber <u>auch</u> für kompressible Gase verwendet. Diese Annahme wird als akzeptabel angesehen, weil die Druckänderungen / -verluste möglichst gering sein sollten, um eine gute, verlustarme Funktion des Motors zu erreichen.</p> <p>This simple approach was chosen because it is well suited for further work on the theme. It is preferably used for incompressible media but <u>also</u> for compressible gases. This assumption is regarded as acceptable because the pressure changes / losses should be as low as possible, in order to achieve good, low-loss operation of the motor.</p> <p>Bohl / Elmendorf: Technische Strömungslehre, Vogelbuch Verlag, 15. Auflage 2014, S. 322 / S. 182, Bild 4.111 *) Tabelle $(d/d_e)^2$ in Gleichung gewandelt / chanced in a equation</p>	06.035
		06.036

7. ----- 07.000

<p>8. Zusammenführen der einzelnen Komponenten der Wärmebilanz zu Differenzialgleichungen Combining the individual components of the heat balance to form differential equations</p>		08.000
		08.001
	<p>Wärmezufuhr / -abfuhr durch Ansaugen / Auspressen der heißer Luft Heat supply / dissipation by sucking in / pressing out the hot air</p>	<p>Wärmeabfuhr infolge Wärmedurchgang heat dissipation due to heat transfer</p>
	$\dot{Q}_{\dot{m}_{in}} / \dot{Q}_{\dot{m}_{out}}$	\dot{Q}_k
Allgemein/ general	$c_p \cdot \dot{m}^*(t) \cdot T^*(t)$	$-k \cdot O_F(t) \cdot (T(t) - T_{cyl})$
<p>Phase I $0 \leq \varphi \leq \varphi_I \leq \pi$</p>	$T^*(t) = T_F = const$	$c_p \cdot \dot{m}_{in}(t) \cdot T_F$
<p>Phase II $\varphi_I < \varphi \leq \varphi_{II}$</p>	$\dot{m}_{in}(t) = 0$	$c_p \cdot \dot{m}_{in}(t) \cdot T^*(t) = 0$
<p>Phase III $\varphi_{II} < \varphi \leq 2 \cdot \pi$</p>	$T^*(t) = T(t)$	$c_p \cdot \dot{m}_{out}(t) \cdot T(t)$
		08.008
<p>Bilanz</p>	$\dot{Q}(t) = c_p \cdot \dot{m}^*(t) \cdot T^*(t) - k \cdot O_F(t) \cdot (T(t) - T_{cyl})$	
<p>Was wollen wir wissen? What do we want to know?:</p>	<p>Die Temperatur $T(t)$! Alle anderen Werte sind bekannt oder ergeben sich im Laufe der Berechnung. The temperature $T(t)$! All other values are known or result in the course of the calculation.</p>	

<p>9. Zusammenhang von Winkel und Zeit Relationship between angle and time</p>	$\varphi_i = \omega \cdot t_i, \quad t_i = \frac{\varphi_i}{\omega}, \quad 0 \leq \varphi \leq 2 \cdot \pi, \quad 0 \leq t \leq \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$	09.000
<p>Anzahl aller Schritte Number of all steps</p>	$i_{2\pi}$	<p>gewählt für spätere Berechnungen / selected for later calculations: $i_{2\pi} = 720 \sim \Delta\varphi = \frac{2 \cdot \pi}{720} \triangleq \frac{1^\circ}{2}, \quad \Delta t = \frac{2 \cdot \pi}{720 \cdot \omega}$</p>
		09.001

10. Gleichungen, die die Voraussetzungen einen Lösungsalgorithmus bilden
 Equations which form the preconditions of a solution algorithm 10.000

10.1 Umformung der Differentialgleichung für Phase I in stufenweise lösbare Differenzgleichungen
 Conversion of the differential equation for phase I into stepwise solvable differential equations 10.002
 [3], [4], [5], [6], 16. Anlage 3 10.003

i = 0
 Für diesen Punkt ist die Vorgabe des Startpunktes der Berechnung $T(t = 0) = T_0$ erforderlich.
 Alle anderen, erforderlichen Größen (V_0, p_0, \dots) für den Zeitpunkt t_0 können mit Hilfe von T_0 ermittelt werden.
 For this point, it is necessary to specify the starting point of the calculation $T(t = 0) = T_0$
 All other required quantities for the time t_0 can be determined with the help of T_0 .

$$Q_0 = c_p \cdot m_0 \cdot T_0 = c_p \cdot \frac{p_0 \cdot V_0}{R_S \cdot T_0} \cdot T_0 = \frac{c_p}{R_S} \cdot p_0 \cdot V_0$$

$$\dot{x}_0 = 0 \quad \sim \quad \dot{m}_{in,0} = 0$$
10.004

$$\dot{Q}_{i+1} \approx \frac{Q_{i+1} - Q_i}{\Delta t} = c_p \cdot \dot{m}_{in,i+1} \cdot T_F - k \cdot O_{F,i} \cdot (T_{i+1} - T_{cyl})$$

$$Q_1 - Q_0 = c_p \cdot m_1 \cdot T_1 - c_p \cdot m_0 \cdot T_0$$
10.005

↓
 Die Temperatur T_1 kann unter Verwendung der Werte für $i = 0$ berechnet werden.
 Für diesen Punkt muss, um vom Startpunkt wegzukommen, die Temperatur T_1 mit Hilfe einer einfachen, unsymmetrischen Näherung ermittelt werden. Alle anderen, erforderlichen Größen für den Zeitpunkt t_1 können mit Hilfe von T_0 und T_1 ermittelt werden.
 The temperature T_1 can be calculated using the values for $i = 0$.
 For this point, in order to get away from the starting point, the temperature T_1 must be determined using a simple, asymmetrical approximation. All other required quantities for the time t_1 can be determined with the help of T_0 and T_1 .

$p_0 = \frac{T_F \cdot p_{ext}}{T_F + \frac{c}{2 \cdot R_S} \cdot x_0^2}$	$V_0 = A_{cyl} \cdot x_0$	$\dot{V}_0 = A_{cyl} \cdot \dot{x}_0 = 0$	$\Delta V_0 = A_{cyl} \cdot \dot{x}_0 \cdot \Delta t = 0$	$m_0 = \frac{p_0 \cdot V_0}{R_S \cdot T_0}$	$\Delta m_{in,0} = \frac{p_0 \cdot \Delta V_0}{R_S \cdot T_F} = 0$	10.007
$p_1 = \frac{T_F \cdot p_{ext}}{T_F + \frac{c}{2 \cdot R_S} \cdot x_1^2}$	$V_1 = A_{cyl} \cdot x_1$	$\dot{V}_1 = A_{cyl} \cdot \dot{x}_1$	$\Delta V_1 = A_{cyl} \cdot \dot{x}_1 \cdot \Delta t$		$\Delta m_{in,1} = \frac{p_1 \cdot \Delta V_1}{R_S \cdot T_F}$	10.008
		$Q_0 = c_p \cdot m_0 \cdot T_0$	$Q_1 = c_p \cdot m_1 \cdot T_1$	$m_1 = m_0 + \Delta m_{in,1}$		10.008
$c_p \cdot m_1 \cdot T_1 = c_p \cdot \Delta m_{in,1} \cdot T_F - k \cdot O_{F,1} \cdot (T_1 - T_{cyl}) + c_p \cdot m_0 \cdot T_0$						10.009
$(c_V \cdot m_1 + k \cdot \Delta t \cdot O_{F,0}) \cdot T_1 = k \cdot \Delta t \cdot O_{F,0} \cdot T_{cyl} + c_V \cdot m_0 \cdot T_0$						10.010
i = 1	$T_1 = \frac{c_p \cdot \Delta m_{in,1}}{c_p \cdot m_1 + k \cdot \Delta t \cdot O_{F,1}} \cdot T_F + \frac{c_p \cdot m_0}{c_p \cdot m_1 + k \cdot \Delta t \cdot O_{F,1}} \cdot T_0 + \frac{k \cdot \Delta t \cdot O_{F,1}}{c_p \cdot m_1 + k \cdot \Delta t \cdot O_{F,1}} \cdot T_{cyl}$					10.011

i > 1
 Die Temperatur T_{i+1} kann unter Verwendung der vorangegangenen Werte für i und $i - 1$ berechnet werden.
 Für diesen Punkt kann die Temperatur mit Hilfe einer symmetrischen Näherung ermittelt werden.
 Alle anderen, erforderlichen Größen für den Zeitpunkt t_{i+1} können mit Hilfe von T_{i+1} ermittelt werden.
 The temperature T_{i+1} can be calculated using the previous values for i and $i - 1$.
 For this point, the temperature can be calculated using a symmetric approximation.
 All other required values for the time t_{i+1} can be determined using T_{i+1} .

↓

$$\dot{Q}_i \approx \frac{Q_{i+1} - Q_{i-1}}{2 \cdot \Delta t} \approx c_p \cdot \dot{m}_i^* \cdot T_i^* - k \cdot O_{F,i} \cdot (T_i - T_{cyl})$$

$$\dot{Q}_i \approx \frac{Q_{i+1} - Q_{i-1}}{2 \cdot \Delta t} \approx c_p \cdot \dot{m}_{in,i} \cdot T_F - k \cdot O_{F,i} \cdot (T_i - T_{cyl})$$
10.014

$p_i = \frac{T_F \cdot p_{ext}}{T_F + \frac{c}{2 \cdot R_S} \cdot x_i^2}$	$V_i = A_{cyl} \cdot x_i$	$\dot{V}_i = A_{cyl} \cdot \dot{x}_i$	$\Delta V_i = A_{cyl} \cdot \dot{x}_i \cdot \Delta t$	$m_i = \frac{p_i \cdot V_i}{R_S \cdot T_i}$	$\Delta m_{in,i} = \frac{p_i \cdot \Delta V_i}{R_S \cdot T_F}$	10.015
$p_{i+1} = \frac{T_F \cdot p_{ext}}{T_F + \frac{c}{2 \cdot R_S} \cdot x_{i+1}^2}$	$V_{i+1} = A_{cyl} \cdot x_{i+1}$	$\dot{V}_{i+1} = A_{cyl} \cdot \dot{x}_{i+1}$	$\Delta V_{i+1} = A_{cyl} \cdot \dot{x}_{i+1} \cdot \Delta t$	$m_{i+1} = m_i + \Delta m_{in,i+1}$	$\Delta m_{in,i+1} = \frac{p_{i+1} \cdot \Delta V_{i+1}}{R_S \cdot T_F}$	10.016
$c_p \cdot \Delta m_{in,i} \cdot T_i^* = c_p \cdot \frac{p_i \cdot \Delta V_i}{R_S \cdot T_F} \cdot T_F$	$Q_i = c_p \cdot m_i \cdot T_i$	$Q_{i+1} = c_p \cdot m_{i+1} \cdot T_{i+1}$	$Q_{i-1} = c_p \cdot m_{i-1} \cdot T_{i-1}$			10.017
i_I	$T_{i+1} = 2 \cdot \frac{c_p \cdot \Delta m_{in,i}}{c_p \cdot m_{i+1}} \cdot T_F - 2 \cdot \frac{k \cdot \Delta t \cdot O_{F,i}}{c_p \cdot m_{i+1}} \cdot (T_i - T_{cyl}) + \frac{m_{i-1}}{m_{i+1}} \cdot T_{i-1}$					10.018

Die Berechnung für Phase I ist beendet, wenn $\varphi_{i+1} = \varphi_I = \omega \cdot t_I$ erreicht ist.
 Die Werte $m(\varphi_I) = m_I$ und $T(\varphi_I) = T_I$ sind die Ausgangswerte für die Phase II
 The calculation for phase I is completed when $\varphi_{i+1} = \varphi_I = \omega \cdot t_I$ is reached.
 The values $m(\varphi_I) = m_I$ und $T(\varphi_I) = T_I$ are the output values for phase II.

10.019

10.2 Für die Phase II kann eine exakte Lösung ermittelt werden [3], [4], [6]
 Exact solution to be determined for Phase II 10.021

Wärmebilanz der Phase II Heat balance for phase II	$\frac{dH(t)}{dt} = \frac{d}{dt} [c_p \cdot m_I \cdot T(t)] = \dot{Q}(t) = -k \cdot O_F(t) \cdot (T(t) - T_{cyl})$ $c_p \cdot m_I \cdot \dot{T}(t) = \dot{Q}(t) = -k \cdot O_F(t) \cdot (T(t) - T_{cyl})$	$T(t) = \frac{Q(t)}{c_V \cdot m_I}$	10.022
$\varphi_I = \varphi(t_I) \leq \varphi(t) \leq \varphi(t_{II}) = \varphi_{II}$	$\dot{T}(t) = -\frac{k}{c_p \cdot m_I} \cdot O_F(t) \cdot (T(t) - T_{cyl})$	$b = -\frac{k}{c_p \cdot m_I}$	10.023
	$\dot{T}(t) = -\frac{k}{c_p \cdot m_I} \cdot O_F(t) \cdot (T(t) - T_{cyl})$		10.024

	$\dot{T}(t) = b \cdot O_F(t) \cdot (T(t) - T_{cyl})$		10.025	
Differentialgleichung Differential equation	$y(t) = T(t) - \underbrace{T_{cyl}}_{const}$	$T(t) = y(t) + \underbrace{T_{cyl}}_{const}$	$\dot{y}(t) = \dot{T}(t)$	10.026
Lösung durch Trennung der Variablen Solution by separating the variables	$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = b \cdot O_F(t)$			10.027
Lösung [3], [4] Solution	$\ln y(t) + \underbrace{\ln C_I}_{Integrationskonstante} = \ln(C_I \cdot y(t)) = b \cdot \int O_F(t) dt$			10.028
	$y(t) = C_I \cdot e^{b \cdot \int O_F(t) dt}$	$y(\varphi) = C_I \cdot e^{b \cdot \int O_F(\varphi) dt}$		10.029
	$T(t) = y(t) + T_{cyl}, y(t) = C_I \cdot e^{b \cdot \int O_F(t) dt}$			10.030
	$T(t) = C_I \cdot e^{b \cdot \int O_F(t) dt} + T_{cyl}$			10.031
				10.031
	$\int O_F(t) dt = \pi \cdot D_m \cdot \int x(t) dt = \frac{\pi \cdot D_m \cdot r}{\omega} \cdot \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) \cdot \omega \cdot t - \sin(\omega \cdot t) - \frac{\lambda}{8} \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \right) + u \cdot A_{cyl} \cdot t$			10.032
	$\int O_F(\varphi) dt = \frac{\pi \cdot D_m \cdot r}{\omega} \cdot \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) \cdot \varphi - \sin(\varphi) - \frac{\lambda}{8} \cdot \sin(2 \cdot \varphi) \right) + u \cdot A_{cyl} \cdot \frac{\varphi}{\omega}$			10.033
	$T(t) = C_I \cdot e^{\frac{k}{c_p \cdot m_I} \left(\frac{\pi \cdot D_m \cdot r}{\omega} \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) \cdot \varphi - \sin(\varphi) - \frac{\lambda}{8} \cdot \sin(2 \cdot \varphi) \right) + u \cdot \frac{A_{cyl}}{\omega} \cdot \varphi \right)} + T_{cyl}$			10.034
Ermittlung der Integrationskonstanten Determination of the integration constants	Bekannt sind $\varphi_I = \omega \cdot t_I, T_I, m_I, Q_I$ are known			10.035
	$T(t_I) = T_I = C_I \cdot e^{b \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_m \cdot r}{\omega} \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) \cdot \varphi_I - \sin(\varphi_I) - \frac{\lambda}{8} \cdot \sin(2 \cdot \varphi_I) \right) + u \cdot A_{cyl} \cdot \frac{\varphi_I}{\omega} \right)} + T_{cyl}$			10.036
	$C_I = \frac{T_I - T_{cyl}}{e^{b \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_m \cdot r}{\omega} \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) \cdot \varphi_I - \sin(\varphi_I) - \frac{\lambda}{8} \cdot \sin(2 \cdot \varphi_I) \right) + u \cdot A_{cyl} \cdot \frac{\varphi_I}{\omega} \right)}}$			10.037
	$T(t) = (T_I - T_{cyl}) \cdot \frac{e^{b \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_m \cdot r}{\omega} \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) \cdot \varphi - \sin(\varphi) - \frac{\lambda}{8} \cdot \sin(2 \cdot \varphi) \right) + u \cdot \frac{A_{cyl}}{\omega} \cdot \varphi \right)}}{e^{b \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_m \cdot r}{\omega} \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) \cdot \varphi_I - \sin(\varphi_I) - \frac{\lambda}{8} \cdot \sin(2 \cdot \varphi_I) \right) + u \cdot \frac{A_{cyl}}{\omega} \cdot \varphi_I \right)}} + T_{cyl}$			10.038
				10.039
Gleichung für die Temperatur im Zylinder Equation the of temperature in the cylinder	$T(t) = (T_I - T_{cyl}) \cdot \frac{e^{b \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_m \cdot r}{\omega} \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) \cdot \varphi - \sin(\varphi) - \frac{\lambda}{8} \cdot \sin(2 \cdot \varphi) \right) + u \cdot \frac{A_{cyl}}{\omega} \cdot \varphi \right)}}{e^{b \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_m \cdot r}{\omega} \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) \cdot \varphi_I - \sin(\varphi_I) - \frac{\lambda}{8} \cdot \sin(2 \cdot \varphi_I) \right) + u \cdot \frac{A_{cyl}}{\omega} \cdot \varphi_I \right)}} + T_{cyl}$			10.040
	$T(t) = (T_I - T_{cyl}) \cdot e^{b \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_m \cdot r}{\omega} \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) \cdot (\varphi - \varphi_I) - (\sin(\varphi) - \sin(\varphi_I)) - \frac{\lambda}{8} \cdot (\sin(2 \cdot \varphi) - \sin(2 \cdot \varphi_I)) \right) + u \cdot \frac{A_{cyl}}{\omega} \cdot (\varphi - \varphi_I) \right)} + T_{cyl}$			10.041
	$T_i = (T_I - T_{cyl}) \cdot e^{\frac{k}{c_p \cdot m_I} \left(\frac{\pi \cdot D_m \cdot r}{\omega} \left(\left(\delta + \frac{\lambda}{4} \right) \cdot (\varphi_i - \varphi_I) - (\sin(\varphi_i) - \sin(\varphi_I)) - \frac{\lambda}{8} \cdot (\sin(2 \cdot \varphi_i) - \sin(2 \cdot \varphi_I)) \right) + u \cdot \frac{A_{cyl}}{\omega} \cdot (\varphi_i - \varphi_I) \right)} + T_{cyl}$			10.042
Wärmemenge im Zylinder Amount of heat in the cylinder $Q_i = c_p \cdot m_i \cdot T(t)$	$Q(t) = c_p \cdot m_i \cdot T(t)$ $Q_i = c_p \cdot m_i \cdot T_i$	Druck im Zylinder Pressure in the cylinder	$p(t) = \frac{R_S \cdot m_i \cdot V(t)}{T(t)}$ $p_i = \frac{R_S \cdot m_i \cdot V_i}{T_i}$	10.043
Bemerkung Comment	$T(t)$ ist punktweise auszuwerten / zu kontrollieren bzgl. der Druckdifferenz $p_i - p_{ext} \leq 0$. Wird der Wert überschritten, ist die Phase II beendet. Der Winkel $\varphi_{II} = i_{II} \cdot \Delta\varphi = i_{II} \cdot \omega \cdot \Delta t$ ist dann erreicht. Die Endwerte der Phase II sind die Startwerte der Phase III. $T(t)$ is to be evaluated point by point with regard to the difference of pressure $p_i - p_{ext} \leq 0$. If the value is exceeded, the phase II is completed. Then the angle $\varphi_{II} = i_{II} \cdot \Delta\varphi = i_{II} \cdot \omega \cdot \Delta t$ has been reached. The end values of phase II are the starting values of phase III.			10.044
Bedingungen für Phase II Conditions for Phase II	$p(\varphi) = \frac{m_I \cdot R_S \cdot T(\varphi)}{V(\varphi)} \geq p_{ext}$	$T_F > T(\varphi) = \frac{Q(\varphi)}{c_p \cdot m_I} > T_{ext}$		10.045
Kriterium zum Beenden der Phase II Criterion for ending Phase II	$p(\varphi_{II}) = p_{II} = \frac{m_I \cdot R_S \cdot T(\varphi_{II})}{V(\varphi_{II})} \approx p_{ext}$			10.046
Laufindex beim Übergang von Phase II zu Phase III Running index during the transition from phase II to phase III	$\varphi_{II} \triangleq i_{II}$	$i_{II} \cong \frac{\varphi_{II}}{\omega \cdot \Delta t}$		10.047
				10.48

10.3 Umformung der Differentialgleichung für Phase III in eine stufenweise lösbare Differenzgleichung			10.049	
Conversion of the differential equation for phase III into a stepwise solvable differential equation [3], [4], [5], [6], 16. Anlage 3			10.050	
$i = i_{II}$	Die Werte für $t_{i_{II}}$ bzw. $\varphi_{i_{II}}$ sind die Endwerte der Phase II und müssen übernommen werden. The values for $t_{i_{II}}$ and $\varphi_{i_{II}}$ are the end values of phase II and must be accepted.		10.051	
				10.052

$i > i_{II}$	Die Temperatur T_{i+1} kann unter Verwendung der vorangegangenen Werte für i und $i - 1$ berechnet werden. Für diesen Punkt kann die Temperatur T_{i+1} mit Hilfe einer symmetrischen Näherung ermittelt werden. Alle anderen, erforderlichen Größen für den Zeitpunkt t_{i+1} können mit Hilfe von T_{i+1} ermittelt werden. The temperature T_{i+1} can be calculated using the previous values for i and $i-1$. For this point, the temperature can be calculated using a symmetric approximation. All other required values for the time t_{i+1} can be determined using T_{i+1} .	10.053
	$\dot{Q}_i \approx \frac{Q_{i+1} - Q_{i-1}}{2 \cdot \Delta t} \approx c_p \cdot \dot{m}_{out,i} \cdot T_i - k \cdot O_{F,i} \cdot (T_i - T_{Cyl})$ $c_p \cdot m_{i+1} \cdot T_{i+1} - c_p \cdot m_{i-1} \cdot T_{i-1} \approx c_p \cdot \Delta m_{out,i} \cdot T_i - k \cdot \Delta t \cdot O_{F,i} \cdot (T_i - T_{Cyl})$	10.054
	$p_i = \frac{T_i \cdot p_{ext}}{T_i + \frac{V_i}{R_S} \cdot \dot{x}_i}$ $V_i = A_{cyl} \cdot x_i$ $\dot{V}_i = A_{cyl} \cdot \dot{x}_i$ $\Delta V_i = A_{cyl} \cdot \dot{x}_i \cdot \Delta t$ $m_i = \frac{p_i \cdot V_i}{R_S \cdot T_i}$ $\Delta m_{out,i} = \frac{p_i \cdot \Delta V_i}{R_S \cdot T_i}$	10.055
	$c_p \cdot \Delta m_{out,i} \cdot T_i = c_p \cdot \frac{p_i \cdot \Delta V_i}{R_S \cdot T_i} \cdot T_i$ $Q_{i-1} = c_p \cdot m_{i-1} \cdot T_{i-1}$ $Q_i = c_p \cdot m_i \cdot T_i$ $Q_{i+1} = c_p \cdot m_{i+1} \cdot T_{i+1}$ $m_{i+1} = m_i + \Delta m_{out,i}$	10.056
	$T_{i+1} \approx 2 \cdot \frac{c_p \cdot \Delta m_{out,i} \cdot T_i}{c_p \cdot m_{i+1}} - 2 \cdot \frac{k \cdot \Delta t \cdot O_{F,i} \cdot (T_i - T_{Cyl})}{c_p \cdot m_{i+1}} + \frac{m_{i-1}}{m_{i+1}} \cdot T_{i-1}$	10.057
		10.058
$i + 1 = i_{2\pi}$	Die Berechnung für Phase III ist beendet, wenn $\varphi_{i+1} \hat{=} 2 \cdot \pi$ erreicht und $T_{i+1} = T_{2\pi}$ ist. Im Allgemeinen wird man feststellen, dass der Endwert der Temperatur $T_{2\pi}$ nicht mit Anfangswert T_0 übereinstimmt. Da es sich um einen zyklischen Prozess handelt, <u>muss eine Übereinstimmung vorhanden sein</u> . Der Wert $T_{2\pi}$ muss dann verwendet werden für die Festlegung eines neuen Ausgangswertes für eine folgende Iterationsschleife über die 3 Phasen: $T_{0,neu} = \frac{T_{0,alt} + T_{2\pi,alt}}{2}$ Wenn die Iteration auf die Weise mehrfach wiederholt wird, entsteht ein geschlossener, zyklischer Temperaturverlauf. The calculation for Phase III is complete when $\varphi_{i+1} \hat{=} 2 \cdot \pi$ is reached and $T_{i+1} = T_{2\pi}$ is reached. In general, you will notice that the final value of the temperature $T_{2\pi}$ does not match the initial value T_0 . As this is a cyclic process, there <u>must</u> be a match. The value $T_{2\pi}$ must then be used to define a new output value for a subsequent iteration loop over the 3 phases: $T_{0,new} = \frac{T_{0,old} + T_{2\pi,old}}{2}$ If the iteration is repeated several times in this way, a closed, cyclic temperature curve is created. Translated with www.DeepL.com/Translator	10.059
		10.060

11. Weitere Gleichungen zur Auswertung der Ergebnisse Further equations for the evaluation of the results		11.000
Arbeit Work	$W = \int_{x_0}^{x_{max}} dW + \int_{x_{max}}^{x_0} dW = \int_{V_0}^{V_{max}} p \cdot dV + \int_{V_{max}}^{V_0} p \cdot dV = \int_{x_0}^{x_{max}} F \cdot dx + \int_{x_{max}}^{x_0} F \cdot dx = \int_{x_0}^{x_{max}} p \cdot A_{cyl} \cdot dx + \int_{x_{max}}^{x_0} p \cdot A_{cyl} \cdot dx$	11.001
Leistung Power	$P = \frac{1}{2 \cdot r} \cdot \left(\int_{V_0}^{V_{max}} p \cdot d\dot{V} + \int_{V_{max}}^{V_0} p \cdot d\dot{V} \right) = \frac{1}{2 \cdot r} \cdot \left(\int_{x_0}^{x_{max}} F \cdot \dot{x} \cdot dx + \int_{x_{max}}^{x_0} F \cdot \dot{x} \cdot dx \right)$ Es ist zu beachten, dass die Winkelgeschwindigkeit eine vorgegebene Größe ist. Die Leistung ist deshalb eine fiktive Größe. Note that the angular velocity is a given value. The power is therefore a fictitious quantity.	11.002
?	Verfügbare mittlere Wärmemenge während eines Arbeitszyklus Available amount of heat during a work cycle Außerhalb des Zylinders steht für einen Arbeitszyklus die Wärmemenge zur Verfügung: $Q_A(t) = c_p \cdot \frac{p_{ext} \cdot 2 \cdot r \cdot A_{cyl}}{R_S \cdot T_F} \cdot (T_F - T_{ext})$??? Outside the cylinder, the heat quantity is available for one working cycle:	11.003
?	Verfügbare mittlere Wärmemenge aus dem Ansaugvolumen Available average amount of heat from the intake volume Zugeführte Wärme nach dem Ansaugen der Luft: $Q_A(t) = c_p \cdot \frac{p_{ext} \cdot (x(\varphi_I) - x(0)) \cdot A_{cyl}}{R_S \cdot T_F} \cdot (T_F - T_{ext})$? Added heat after the intake of air	11.004
Wirkungsgrad Efficiency	$\eta = \frac{W}{Q_A} ?$	11.005
		11.006

12. Hinweise zum Aufbau eines Lösungsalgorithmus Notes on the structure of a solution algorithm		12.000
1.	Es sind alle Gleichungen für die Aufstellung eines Lösungsalgorithmus beschrieben. All equations for setting up a solution algorithm are described.	12.001
2.	Problem: Es handelt sich hier um ein Anfangswertproblem. Für den Winkel $\varphi = \omega t = 0$ muss eine Starttemperatur $T(\varphi = 0) = T_0$ vorgegeben werden. Diese Temperatur ist jedoch <u>nicht</u> bekannt und muss geschätzt werden. Da es sich um einen zyklischen Prozess handelt, muss die Starttemperatur $T(\varphi = 0) = T_0$ mit der Endtemperatur $T(\varphi = 2 \cdot \pi) = T_{i_{2\pi}}$ übereinstimmen. Problem: This is an initial value problem. For the angle $\varphi = \omega t = 0$, a start temperature $T(\varphi = 0) = T_0$ must be specified. This temperature is not known and must be estimated. Since this is a cyclic process, the starting temperature $T(\varphi = 0) = T_0$ must coincide with the final temperature $T(\varphi = 2 \cdot \pi) = T_{i_{2\pi}}$.	12.002
3.	Lösung des Problems: Der Algorithmus, mit dem Schritt für Schritt (Punkt für Punkt) Temperatur und Druck für einen Arbeitszyklus ($0 \rightarrow 2 \cdot \pi$) ermittelt werden, beginnt mit einem Schätzwert für die Temperatur $T_{i=0}$ und endet mit einer Temperatur $T_{i_{2\pi}}$. Man wird allgemein feststellen, dass Anfangswert und Endwert nicht übereinstimmen.	12.003

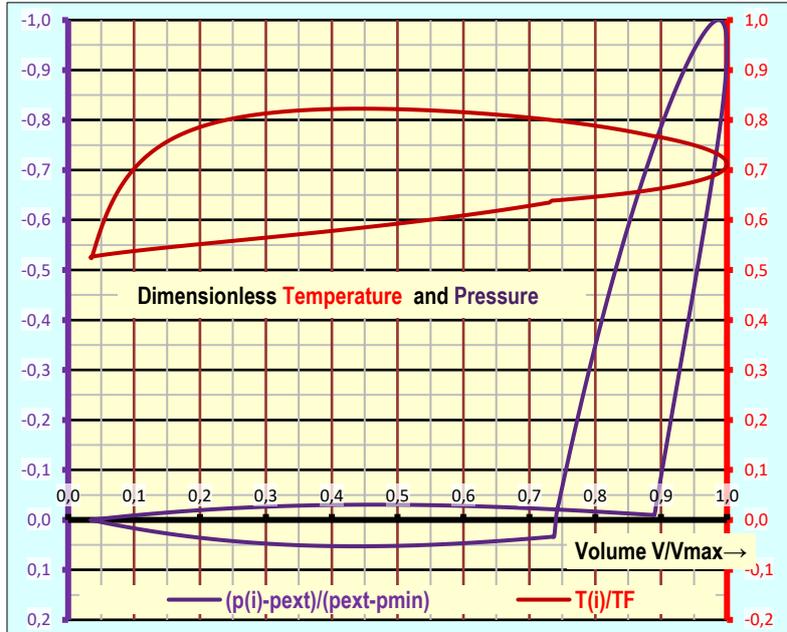
<p>Wenn ein zweiter Arbeitszyklus gerechnet wird mit folgender Näherung: $T_{i=0,neu} = \frac{T_{i=0,alt} + T_{i2\pi,alt}}{2}$, kann eine Annäherung von Anfangs- und Endwert eines Arbeitszyklus erreicht werden. Eine <u>gute</u> Übereinstimmung kann erreicht werden, wenn die Berechnung mit der genannten Annäherung $T_{i=0,neu} = \frac{T_{i=0,alt} + T_{i2\pi,alt}}{2}$ mehrfach wiederholt wird.</p> <p><i>Solution to the problem:</i> The algorithm, used to determine temperature and pressure step by step (point by point) for a duty cycle ($0 \rightarrow 2 \cdot \pi$), starts with an estimated temperature $T_{L,i=0}$ and ends with a temperature $T_{L,i=2\pi}$. In general, it will be found that the initial value and the final value do not match.</p> <p>If a second working cycle is calculated with the following approximation: $T_{i=0,neu} = \frac{T_{i=0,alt} + T_{i2\pi,alt}}{2}$, an approximation of start and end value of a working cycle can be achieved. A <u>good</u> match can be achieved, if the calculation is repeated several times with the mentioned approximation $T_{i=0,neu} = \frac{T_{i=0,old} + T_{i2\pi,old}}{2}$.</p>	
<p>4. Wenn die Phase II Schritt für Schritt (Punkt für Punkt) berechnet wird, ist zu kontrollieren, ob $p(\varphi_i) \leq p_{ext}$ ist. Ist der Winkel erreicht, bei dem $p(\varphi_i) \geq p_{ext}$ ist, endet die Phase II. Der hier erreichte Winkel ist der Winkel φ_{II}.</p> <p>If Phase II is calculated step by step (point by point), check whether $p(\varphi_i) \leq p_{ext}$ is. If the angle at which $p(\varphi_i) \geq p_{ext}$ is reached, phase II ends. The angle, reached here, is the angle φ_{II}.</p>	12.004

13. Literatur / Sources		13.000
[1]	Bohl / Elmendorf: Technische Strömungslehre, Vogelbuch Verlag, 15. Auflage 2014, S. 182 / Bild 4.111,	13.001
[2]	Alfred Böge: Handbuch Maschinenbau, 21. Auflage, 2013, Verlag Springer Vieweg	13.002
[3]	Bronstein, Semendjajew, Musion, Mühling: Taschenbuch der Mathematik, 4. Auflage, 1999, Verlag Harri Deutsch	13.003
[4]	H.-J. Bartsch: Taschenbuch Mathematischer Formeln, 18. Auflage, 1999, Fachbuchverlag Leipzig	13.004
[5]	Lothar Collatz: Numerische Behandlung von Differentialgleichungen, 2. Auflage, 1955, Springer Verlag	13.005
[6]	S. Holzner, T. Sigg: Differenzialgleichungen für dummies, 2018, 2. Auflage, Verlag: Wiley-VCH Verlag	13.006

14. Beispiel und kurze Auswertung		14.000
An example and a short evaluation		
Zur Überprüfung und Anwendung der vorangegangenen Ausführungen wurde ein Excel- Macro (siehe www.jbladt.de) entwickelt. Mit diesem Makro wurde eine Vielzahl von Beispielen gerechnet. Ein Beispiel wird hier vorgestellt und kurz interpretiert.		14.001
An Excel-macro (see www.jbladt.de) has been developed to check and apply the previous explanations. A large number of examples was calculated with this macro. An example is presented here and interpreted briefly.		

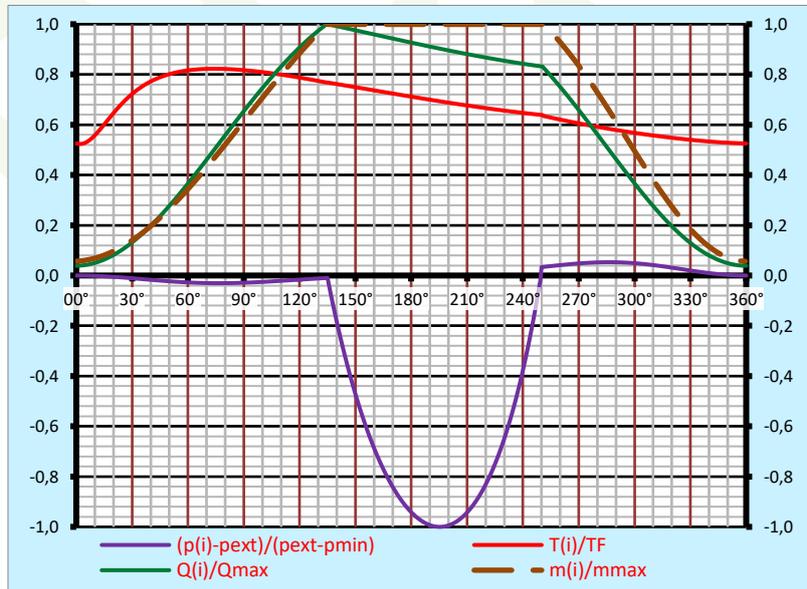
Eingabe			Input ▼	Example
cylinder diameter / inside (piston diameter)	D_i [mm]	D	26,0	26,0
cylinder diameter / outside (is not needed)	D_a [mm]		28,0	28,0
cylinder material	..	Ms [1], Alu [2], St [3]	1	1
Valve bore diameter	d [mm]	d/D >=15%	5,00	5,0
Crank radius	r [mm]		14,0	14,0
Rod length	l [mm]		54,0	54,0
Dead room length	x_0 [mm]	$0 < x_0 < 0,4 r$	1,0	1,0
Closing angle of the Phase I (integer / ganzzahlig)	φ_I [-°]	$90^\circ < \varphi_Z \leq 180^\circ$	135,0°	135
Speed	n [min ⁻¹]	$n \geq 120$	800	800
Environment pressure (extern)	p_{atm} [bar]		1,01325	1,01325
Flame temperature	T_F [°C]		1200	1200
Environment temperature (air / extern)	T_{atm} [°C]	$T_{atm} = T_{ext}$	20	20
Cylinder temperature (air around the cylinder)	T_{cyl} [°C]	recommended: $T_{atm} = T_{cyl}$	20	20
Specific heat capacity / p=const, T=20°C	c_p [m ² /s ² /K]		1001	1001
Specific heat capacity / V=const	c_v [m ² /s ² /K]		714	714
specific gas constant of air	R_s [kg/s ³ /K]	$R_s = c_p - c_v$	287	287
adiabatic coefficient	γ [-]	c_p / c_v	1,4	1,4
Heat transfer coefficient	k [kg/s ³ /K]	recommended value: 20	20,0	20,0
Coefficient of heat transfer at the piston	u [-]	$0 \leq u \leq 1,0$	0,0	1,0
Start temperature 1. Iterationszyklus	$T_0 = T_0$ [°C]	Proposition: 590	600	600,0
Ergebnisse			Results ▼	Results ▼

Start temperature 25.of iteration cycle	T_0 [°C]	$T_0 \approx T_{360}$	498,2°	306,0
Final temperature 25. of iteration cycle	T_{360} [°C]	$T_{360} > T_{atm}$	498,2°	306,0
Opening angle 25.Iterationszyklus	φ_{II} [-°]	$180^\circ < \varphi_{II} < 270^\circ$	250,0°	247,0
Minimal pressure of 25. Iterationszyklus	p_{min} [bar]	$< p_{atm}$	0,82312	0,834
Maximum temperature of 25. iteration cycle	T_{max} [°C]		938,3	794,9
mean work	W_m [Nm]	> 0	0,0195	0,0120
mean power	P_m [Nm/s]	> 0	1,632	1,006
efficiency	η [%]	$0 < \eta < 10\%$	0,463%	0,285%



$u=0$

14.003



$u=0$

14.004

Die Ergebnisse sind stark abhängig von den einzelnen Parametern. So haben die Größe der Ventilöffnung (Luftwiderstand bei hohen Drehzahlen beim Ansaugen und Auspressen der Luft) und der Ventilöffnungswinkel φ_1 einen wesentlichen Einfluss auf die Funktion eines Motors.

14.005

The results are strongly dependent on the individual parameters. For example, the size of the valve opening (air resistance at high speeds when sucking in and pressing out air) and the valve opening angle φ_1 have a significant influence on the function of an engine.

Entgegen (meinen) früheren Vorstellungen kann der Öffnungswinkel $\varphi_1 < 180^\circ$ sein (z.B.135°).

Auch dann ist eine positive Arbeitsbilanz möglich. (Siehe 14. Anlage1 / Attachment 1)

14.006

Contra to (my) earlier ideas, the opening angle can be $\varphi_1 < 180^\circ$ (e.g. 135°). Even then a positive work balance is possible.

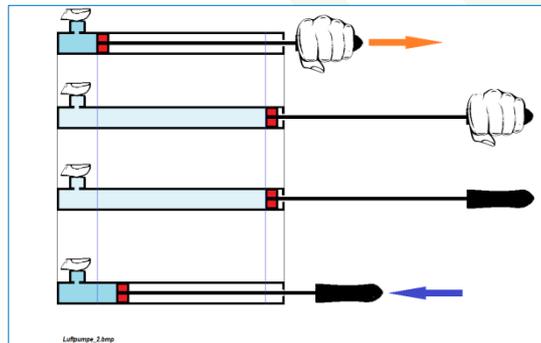
<p>Der Wirkungsgrad η ist klein, was man bereits aus dem Temperaturverlauf schließen kann. Was natürlich vorhersehbar ist, da die Ventilöffnungszeiten sehr lang sind und der Druckbereich, der zu einer positiven Arbeit führt, klein ist. Der Druck während der Schließzeit vor OT ($<180^\circ$) führt ebenfalls zu einem Arbeitsverlust. Trotzdem erscheint es so, dass für $\varphi_I < 180^\circ$, eine größere Leistungsausbeute möglich ist. (Siehe 14. Anlage 1 / Attachment 1) The efficiency is small, which can already be deduced from the temperature profile. Which is predictable, of course, since the valve opening times are very long, and the pressure range, that leads to a positive work, is small.. The pressure during the closing time before OT ($<180^\circ$) also leads to a loss of work. Nevertheless, it appears, that for $\varphi_I < 180^\circ$ a greater power output is possible. (See Anlage 1 / Attachment 1)</p>	<p>14.007</p>
<p>Eine geschlossene Temperaturkurve ist mit einigen Iterationsschleifen zu erreichen. Je besser die Vorgabe von T_0, desto schneller kann eine geschlossene Temperaturkurve ermittelt werden. Mit einem VBA-Programm (Excel-Makro), in dem mehrere Iterationsschleifen verwendet wurden, konnten bereits mit groben Vorgaben geschlossene Temperaturkurven ermittelt werden. Wenn unsinnige technisch-physikalische Vorgaben gemacht werden, sind keine plausiblen Ergebnisse zu erwarten. A closed temperature curve can be achieved with a few iteration loops. The better the setting of T_0, the faster a closed temperature curve can be determined. With a VBA program (Excel-macro), in which several iteration loops were used, it was already possible to determine closed temperature curves with rough specifications. If nonsensical technical-physical specifications are made, no plausible results are to be expected.</p>	<p>14.008</p>
<p>Zwischen der Drehzahl und dem Wärmedurchgangskoeffizienten scheint ein Zusammenhang zu bestehen. Mit steigender Drehzahl sinkt der Wärmeübergangskoeffizient. Um ein brauchbares Ergebnis zu erreichen, sollten die vorzugebende Drehzahl und der Wärmedurchgangskoeffizient bereits in einem plausiblen Bereich liegen. There seems to be a relationship between the speed and the heat transfer coefficient. The heat transfer coefficient decreases with increasing speed. In order to achieve a useful result, the specified speed and the heat transfer coefficient should already be within a plausible range.</p>	<p>14.009</p>
<p>Es ergibt sich für mich bei diesem Modell die Frage, ob die Kolbenfläche bei der Wärmeabfuhr berücksichtigt werden sollte. Die Seite, an der die Flamme arbeitet, wird stets von der Flamme beheizt, egal ob das Ventil geöffnet ist oder nicht. Das Nichtberücksichtigen der Kolbenfläche beim Wärmeübergang würde einen Ausgleich zu dieser Situation schaffen ($u = 0$?). With this model, there is the question of whether the piston surface should be considered in the heat dissipation. The side, where the flame works, is always heated by the flame, regardless of whether the valve is open or not. If the piston surface is not taken into account during heat transfer, this would compensate for this situation. ($u = 0$?).</p>	<p>14.010</p>
<p>Die Wahl der Näherungsgleichungen (Genauigkeit) hat einen erheblichen Einfluss auf die Ergebnisse. Die möglichst genaue Erfassung der Krümmung der Temperaturkurve zu Beginn der Phase I ist wichtig für das Gesamtergebnis. The choice of the approximation equations (accuracy) has a considerable influence on the results. The most accurate possible recording of the curvature of the temperature curve at the beginning of phase I is important for the overall result.</p>	<p>14.011</p>
<p>Kritik: Die Berechnung basiert auf einem quasi-stationären Modell. Die veränderliche Temperatur der Zylindermasse bleibt unberücksichtigt. Das Modell ist also noch erweiterungsbedürftig. Trotz dieser Unzulänglichkeit ergibt sich ein aufschlussreiches Bild von der Funktion des Motors. Criticism: The calculation is based on a quasi-stationary model. The variable temperature of the cylinder mass is not taken into account. So the model still needs to be extended. Despite this inadequacy, an informative picture of the function of the engine is obtained.</p>	<p>14.012</p>
<p></p>	<p>14.013</p>

<p>15. Anlage 1 / Attachment 1</p>	<p>15.000</p>
<p>Warum kann ab einem gewissen Schließwinkel $\varphi_I < OT = 180^\circ$ eine größere Leistungsausbeute erzielt werden als bei einem Schließwinkel von 180° (OT)?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Während des gesamten Arbeitszyklus wird der im Zylinder befindlichen Luft Wärme entzogen (Wärmedurchgang durch die Zylinderoberfläche), egal ob das Ventil offen oder geschlossen ist. • Die Reduzierung des Schließwinkels φ_I hat eine Vergrößern des Öffnungswinkels φ_{II} zur Folge. *) • Wird das Ventil bereits vor 180°(OT) geschlossen, ist erst einmal Arbeit (Leistung) notwendig, um den bis zum Winkel 180° (OT) entstehenden Unterdruck zu erzeugen. Dieser Unterdruck wird verstärkt durch den Wärmeentzug. • Wird der Winkel von 180°(OT) überschritten, so wird der verbleibende Unterdruck wieder in nutzbare Arbeit (Leistung) umgesetzt. Dieser Teilprozess entsteht durch den Wärmeentzug. Der Bereich des Unterdrucks verschiebt sich bei Reduzierung des Schließwinkels in Richtung größeren Öffnungswinkeln. • Die Betrachtung der Kinematik und Kinetik des Kurbeltriebes zeigt, dass durch das Verschieben (Vergrößern) des Öffnungswinkels (bis $\sim 270^\circ$) die Wirksamkeit der Kolbenkraft auf den Hebelarm (Hebelarmvergrößerung an der Kurbelwelle) aber auch die Kolbengeschwindigkeit wachsen. Beides führt zu einer Steigerung von Arbeitsfähigkeit und Leistung. • Wird der Schließwinkel zu stark reduziert, wird zu wenig heiße Luft in den Zylinder gesaugt. Der Effekt der Leistungssteigerung nimmt ab infolge der relativ großen Wärmeabfuhr und ggf. wird der Motor funktionsunfähig. <p>*) Man vergleiche den Effekt, den man gut nachvollziehen kann, mit einer Pumpe, mit der man Fahrradreifen aufpumpt. Hält man das Ventil der Pumpe mit einem Finger geschlossen und versucht Luft anzusaugen, so entsteht ein Unterdruck. Hält man das Ventil weiterhin geschlossen und lässt den Pumpenkolben los, dann wird schlagartig der Kolben durch den Unterdruck wieder in Richtung Ausgangsposition gezogen und erreicht diese Position fast wieder. Dieser Vorgang kann auch auf den Flammenfresser-Motor sinngemäß übertragen werden. Das wäre ein wesentlicher Grund, warum Flammenfresser-Motoren auch mit einem Schließwinkel $\varphi_I < 180^\circ$(OT) arbeiten können, weil der Öffnungswinkel φ_{II} sich vergrößert. Möglicher Weise führt eine Reduzierung des Schließwinkels (innerhalb gewisser Grenzen) zu einer Verbesserung der Funktion.</p>	<p>15.001</p>

Why can a higher power output be achieved from a certain closing angle $< OT = 180^\circ$ than with a closing angle of 180° (OT)?

- During the entire working cycle, the in-cylinder air is deprived of heat (heat passing through the cylinder surface), regardless of whether the valve is open or closed.
- The reduction of the closing angle φ_i results in an increase of the opening angle φ_{ii} .*)
- If the valve is closed before 180° (TDC), first of all work (power) is necessary, in order to generate the negative pressure, that is created up to an angle of 180° (TDC). This negative pressure is reinforced by the heat extraction.
- If the angle of 180° (TDC) is exceeded, the remaining negative pressure is converted back into usable work (power). This partial process is caused by the removal of heat. The range of negative pressure therefore shifts to larger opening angles.
- The consideration of the kinematics and kinetics of the crank mechanism shows that by shifting (enlarging) the opening angle (up to $\sim 270^\circ$) the effectiveness of the piston force on the lever arm (lever arm extension on the crankshaft) but also the piston speed increase. Both lead to an increase in work capacity and performance.
- If the closing angle is reduced too much, too little hot air is sucked into the cylinder. The effect of the power increase decreases due to the relatively large heat dissipation and possibly the engine becomes inoperative.

*) Compare the effect, which can be well understood, with a pump, with which one inflates bicycle tires. If you hold the valve of the pump closed with a finger and try to suck in air, a negative pressure is created. If you keep the valve closed and let go of the pump piston, the piston is suddenly pulled back towards the starting position by the negative pressure and almost reaches this position again. This process can also be transferred to the flame eater motor. This would be a major reason why flame eater motors can also work with a closing angle $\varphi_i < 180^\circ$ (OT), because the opening angle φ_{ii} increases. Possibly a reduction of the closing angle (within certain limits) leads to an improvement of the function.



Anlage 2: Konstanten für die Wärmeübertragung [~2]					16.000
Attachement 2: Constants for heat transfer					
					16.001
Dünnwandiges Rohr Thin-walled pipe					16.002
Luft ruhend / still air	α_a [W/(m ² K)]	5 ... 17	17		16.003
Luft bewegt / moving air	α_i [W/(m ² K)]	12 ... 120	60		16.004
Lambda Messing	λ_{Ms} [W/(mK)]	95 ... 120	110		16.005
Lambda Alu	λ_{Alu} [W/(mK)]	210 ... 235	220		16.006
Lambda Stahl	λ_{St} [W/(m ² K)]	80	80		16.007
Lambda gewählt	λ_{cyl} [W/(mK)]		110		16.008
Außendurchmesser / Zylinder	D_a [mm]		28		16.009
Innendurchmesser Rohr / Zylinder	D_i [mm]		26		16.010
Wärmedurchgangszahl	k [kg/m/s]	1... 50	20		16.011
Dünnwandiges Rohr Thin-walled pipe		$k \approx \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{s}{\lambda_{cyl}} + \frac{1}{\alpha_a}}$			16.012



<p>16. Anlage 3: Wärmeaustausch infolge Luftaustausch durch die Ventilbohrung Attechement 3: Heat exchange due to air exchange through the valve bore</p>		17.001	
		17.003	
<p>Phase I Geöffnetes Ventil: Wärmezufuhr durch Ansaugen der Luft mit der Temperatur T_F</p> <p>Opened valve: Heat supply by suction of air with temperature T_F</p>		17.004	
<p>Der Druck ist nur schwach veränderlich. Der Vorgang kann deshalb als annähernd isobar betrachtet werden. Die spezifische Wärmekapazität wird deshalb mit $c_{L,p}$ angenommen. The pressure is only slightly variable. The process will therefore be regarded as approximately isobaric. The specific heat capacity is assumed to be c_p.</p>		17.005	
<p>Die differentielle Luftmasse dm_L mit der Temperatur T_F wird innerhalb der differentiellen Zeitdifferenz dt in den Zylinder gesaugt. The differential air mass dm_L with the temperature T_F is sucked into the cylinder within the differential time difference dt.</p>	$dQ_{in}(t) = c_p \cdot dm(t) \cdot T_F, \quad dm(t) = \left(\frac{dm(t)}{dt}\right) \cdot dt = \dot{m}(t) \cdot dt$ $\frac{dQ_{in}(t)}{dt} = \dot{Q}_{in}(t) = c_p \cdot \dot{m}(t) \cdot T_F$ <p>mit $\dot{m}_{in}(t) = \frac{p(t) \cdot \dot{V}(t)}{R_S \cdot T_F} = \frac{T_F \cdot p_{ext}}{T_F + \frac{\kappa}{2 \cdot R_S} \cdot \dot{x}^2(t)} \cdot \frac{A_{cyl} \cdot \dot{x}(t)}{R_S \cdot T_F}$</p> $\dot{Q}_{in}(t) = c_p \cdot \frac{T_F \cdot p_{ext} \cdot A_{cyl} \cdot \dot{x}(t)}{\left(T_F + \frac{\kappa}{2 \cdot R_S} \cdot \dot{x}^2(t)\right) \cdot R_S \cdot T_F} \cdot T_F$	17.006	
		17.007	
	<p>$\varphi_I \leq \varphi \leq 180^\circ$</p>	<p>$180^\circ \leq \varphi \leq \varphi_{II}$</p>	17.008
<p>Phase II Geschlossenes Ventil, keine Wärmezufuhr</p> <p>Closed valve, no heat input</p>			17.009
<p>Die Luftmasse im Zylinder ist konstant: The air mass in the cylinder is constant:</p>	$m(t) = m(t_I) = m(\varphi_I) = m_I = const \text{ und } \dot{m}(t) = 0$		17.010
			17.011
<p>Phase III Geöffnetes Ventil: Wärmeabfuhr durch Herausdrücken der Luft aus dem Zylinder mit der Temperatur $T(t)$</p> <p>Opened valve: Heat dissipation by pressing the air out of the cylinder with temperature $T(t)$</p>		17.012	
<p>Der Druck ist nur schwach veränderlich. Der Vorgang kann deshalb als annähernd isobar betrachtet werden. Die spezifische Wärmekapazität wird deshalb mit c_p angenommen. The pressure is only slightly variable. The process will therefore be regarded as approximately isobaric. The specific heat capacity is assumed to be c_p.</p>		17.013	
<p>Die differentielle Luftmasse dm_L mit der Temperatur T_F wird innerhalb der differentiellen Zeitdifferenz dt aus dem Zylinder gedrückt. The differential air mass dm_L with the temperature T_F is pressed out of the cylinder within the differential time difference dt.</p>	$dQ_{out}(t) = c_p \cdot dm(t) \cdot T(t), \quad dm(t) = \left(\frac{dm(t)}{dt}\right) \cdot dt = \dot{m}(t) \cdot dt$ $\frac{dQ_{out}(t)}{dt} = \dot{Q}_{out}(t) = c_p \cdot \dot{m}(t) \cdot T(t)$ <p>mit $\dot{m}_{out}(t) = \frac{p(t) \cdot \dot{V}(t)}{R_S \cdot T(t)} = \frac{T(t) \cdot p_{ext}}{T(t) - \frac{\kappa}{2 \cdot R_S} \cdot \dot{x}^2(t)} \cdot \frac{A_{cyl} \cdot \dot{x}(t)}{R_S \cdot T(t)}$</p> $\dot{Q}_{out}(t) = c_p \cdot \frac{T(t) \cdot p_{ext}}{T(t) - \frac{\kappa}{2 \cdot R_S} \cdot \dot{x}^2(t)} \cdot \frac{A_{cyl} \cdot \dot{x}(t)}{R_S \cdot T(t)} \cdot T(t)$	17.014	
		17.015	



18. Anlage 4: Kurze Erläuterung zur numerische Differentiation *)		18.000
Appendix 4: Brief explanation of numerical differentiation		
• Die numerische Differentiation kann u.a. genutzt werden für die Lösung von Differentialgleichungen. <i>The numerical differentiation can i.a. be used for the solution of differential equations.</i>		18.001
• Zur Berechnung der <u>Ableitung einer Funktion</u> $f(x)$ wird der Differentialquotient $f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$ durch einen Differenzenquotienten $f'(x) \approx \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ ersetzt. <i>To calculate the derivative of a function $f(x)$, the differential quotient $f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$ is replaced by a difference quotient $f'(x) \approx \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$.</i>		18.002
		18.003
Möglichkeiten für das Ersetzen des Differenzenquotienten $f'(x)$ der Funktion $f(x)$ durch einen Differenzenquotient $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ ausgehend von unterschiedlichen Punkten <i>Possibilities for replacing the differential quotient $f'(x)$ of the function $f(x)$ by a difference quotient $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ starting from different points</i>		18.004
		18.005
Differenz zwischen 2 Punkten <i>Difference between 2 points</i>	Linksseitig (unsymmetrisch) <i>Left-sided (unbalanced)</i>	Rechtsseitig (unsymmetrisch) <i>Right-sided (unbalanced)</i>
	$(x - \Delta x) \rightarrow x$	$x \rightarrow (x + \Delta x)$
	$f'(x) \approx \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x} = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{\Delta x}$	$f'(x) \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{\Delta x}$
	Geeignet für den Start bei der Lösung von Anfangswertproblemen (Phase I) <i>Suitable for starting at the solution of initial value problems (phase I)</i>	
		18.010
Differenz zwischen 3 Punkten <i>Difference between 3 points</i>	Symmetrisch <i>symmetrical</i>	
	$(x - \Delta x) \rightarrow (x + \Delta x)$	
	$f'(x) \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2 \cdot \Delta x} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2 \cdot \Delta x}$	
	Die bessere Näherung <i>The better approximation</i>	
		18.015

*) https://www.mechbau.uni-stuttgart.de/ls2/100-online/HMIB/kap7/kap7_4.html